

Susedov súčtovo rozlišujúci index grafu*

Bakalárska práca

pre študijný program Matematika
alebo Ekonomická a finančná matematika
v akademickom roku 2017/18

vedúci práce Mirko Horňák

*pokračovanie v diplomovej práci vítané

G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$

G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$
susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$

φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$

susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

$v \in V(G) \rightarrow \Sigma_{\varphi}(v) := \sum_{e \ni v} \varphi(e)$ **φ -súčet** vrcholu v

G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$

φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$

susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

$v \in V(G) \rightarrow \Sigma_\varphi(v) := \sum_{e \ni v} \varphi(e)$ **φ -súčet** vrcholu v

φ **susedov súčtovo rozlišujúce** (**n**eighbour-**s**um-**d**istinguishing),

ak platí: $\forall x, y \in V(G) (\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow \Sigma_\varphi(x) \neq \Sigma_\varphi(y))$

susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -súčty

G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

$v \in V(G) \rightarrow \Sigma_\varphi(v) := \sum_{e \ni v} \varphi(e)$ **φ -súčet** vrcholu v

φ **susedov súčtovo rozlišujúce** (**n**eighbour-**s**um-**d**istinguishing),
ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow \Sigma_\varphi(x) \neq \Sigma_\varphi(y)$)
susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -súčty

Definícia

Susedov súčtovo rozlišujúci index grafu G je **minimálne** možné k
v susedov súčtovo rozlišujúcom označení hrán grafu G ... **nsdi**(G).

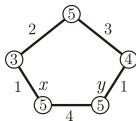
G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
 susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

$v \in V(G) \rightarrow \Sigma_\varphi(v) := \sum_{e \ni v} \varphi(e)$ **φ -súčet** vrcholu v

φ **susedov súčtovo rozlišujúce** (neighbour-sum-distinguishing),
 ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow \Sigma_\varphi(x) \neq \Sigma_\varphi(y)$)
 susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -súčty

Definícia

Susedov súčtovo rozlišujúci index grafu G je **minimálne** možné k
 v susedov súčtovo rozlišujúcom označení hrán grafu G ... **nsdi**(G).



súčtovo **nerozlišujúce**

$$\Sigma_\varphi(x) = \Sigma_\varphi(y)$$

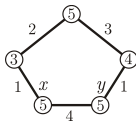
G graf, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi : E(G) \rightarrow \{1, \dots, k\}$ označenie hrán číslami $1, \dots, k$
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
 susedné hrany \rightarrow rôzne čísla

$v \in V(G) \rightarrow \Sigma_\varphi(v) := \sum_{e \ni v} \varphi(e)$ **φ -súčet** vrcholu v

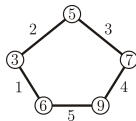
φ **susedov súčtovo rozlišujúce** (neighbour-sum-distinguishing),
 ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow \Sigma_\varphi(x) \neq \Sigma_\varphi(y)$)
 susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -súčty

Definícia

Susedov súčtovo rozlišujúci index grafu G je **minimálne** možné k
 v susedov súčtovo rozlišujúcom označení hrán grafu G ... **nsdi**(G).



súčtovo **nerozlišujúce**
 $\Sigma_\varphi(x) = \Sigma_\varphi(y)$



súčtovo rozlišujúce
 $\text{nsdi}(C_5) = 5 = \Delta(C_5) + 3$

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitne grafy

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitné grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitné grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$
- grafy s $\Delta(G) \geq 4$ a maximálnym priemerným stupňom $\text{mad}(G) = \max(2|E(H)|/|V(H)| : K_0 \neq H \subseteq G) < \frac{8}{3}$

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitne grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$
- grafy s $\Delta(G) \geq 4$ a maximálnym priemerným stupňom $\text{mad}(G) = \max(2|E(H)|/|V(H)| : K_0 \neq H \subseteq G) < \frac{8}{3}$

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitne grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$
- grafy s $\Delta(G) \geq 4$ a maximálnym priemerným stupňom $\text{mad}(G) = \max(2|E(H)|/|V(H)| : K_0 \neq H \subseteq G) < \frac{8}{3}$

Cieľ práce

- Oboznámiť sa s metódami používanými pri analýze susedov súčtovo rozlišujúceho indexu grafu.

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitné grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$
- grafy s $\Delta(G) \geq 4$ a maximálnym priemerným stupňom $\text{mad}(G) = \max(2|E(H)|/|V(H)| : K_0 \neq H \subseteq G) < \frac{8}{3}$

Cieľ práce

- Oboznámiť sa s metódami používanými pri analýze susedov súčtovo rozlišujúceho indexu grafu.
- Skúmať nsdi pre kubické grafy.

Hypotéza (Neighbour-Sum-Distinguishing Conjecture, NSDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{nsdi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NSDC platí pre

- stromy, kružnice, kompletne grafy, kompletne bipartitné grafy
- planárne grafy G s maximálnym stupňom vrcholu $\Delta(G) \geq 28$
- grafy s $\Delta(G) \geq 4$ a maximálnym priemerným stupňom $\text{mad}(G) = \max(2|E(H)|/|V(H)| : K_0 \neq H \subseteq G) < \frac{8}{3}$

Cieľ práce

- Oboznámiť sa s metódami používanými pri analýze susedov súčtovo rozlišujúceho indexu grafu.
- Skúmať nsdi pre kubické grafy.
- Hľadať nové grafy (príp. triedy grafov) podporujúce NSDC.