Návrh tém bakalárskych prác pre akademický rok 2017/2018

doc. RNDr. Ondrej Hutník, PhD.

pre ďalšie priebežné návrhy a problémiky pozri
`umv.science.upjs.sk/analyza`
(sekcia „Pre študentov“)

21. február 2017

Olivierova veta

Historická motivácia:

- nutná podmienka konvergencie číselného radu (AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY): *ak rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konverguje, potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
- LOUIS OLIVIER (1827): *rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *s nezáporným nerastúcimi členmi je konvergentný práve vtedy, keď* $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$
- NIELS HENRIK ABEL (1828): kontrapríklad divergentného radu s kladnými členmi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- Olivierova veta: ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentný rad s nezápornými členmi a postupnosť $(a_n)_1^{\infty}$ je nerastúca, potom $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

Historická motivácia:

- nutná podmienka konvergencie číselného radu (AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY): *ak rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konverguje, potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
- LOUIS OLIVIER (1827): *rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *s nezáporným nerastúcimi členmi je konvergentný práve vtedy, keď* $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$
- NIELS HENRIK ABEL (1828): kontrapríklad divergentného radu s kladnými členmi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- Olivierova veta: ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentný rad s nezápornými členmi a postupnosť $(a_n)_1^{\infty}$ je nerastúca, potom $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

Historická motivácia:

- nutná podmienka konvergencie číselného radu (AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY): *ak rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konverguje, potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
- LOUIS OLIVIER (1827): *rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *s nezáporným nerastúcimi členmi je konvergentný práve vtedy, keď* $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$
- NIELS HENRIK ABEL (1828): kontrapríklad divergentného radu s kladnými členmi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- Olivierova veta: ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentný rad s nezápornými členmi a postupnosť $(a_n)_1^{\infty}$ je nerastúca, potom $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

Olivierova veta

Historická motivácia:

- nutná podmienka konvergencie číselného radu (Augustin-Louis Cauchy): *ak rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konverguje, potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
- Louis Olivier (1827): *rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *s nezáporným nerastúcimi členmi je konvergentný práve vtedy, keď* $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$
- Niels Henrik Abel (1828): kontrapríklad divergentného radu s kladnými členmi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- Olivierova veta: ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentný rad s nezápornými členmi a postupnosť $(a_n)_1^{\infty}$ je nerastúca, potom $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

Olivierova veta

Historická motivácia:

- nutná podmienka konvergencie číselného radu (Augustin-Louis Cauchy): *ak rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konverguje, potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
- Louis Olivier (1827): *rad* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *s nezáporným nerastúcimi členmi je konvergentný práve vtedy, keď* $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$
- Niels Henrik Abel (1828): kontrapríklad divergentného radu s kladnými členmi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$
- Olivierova veta: ak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentný rad s nezápornými členmi a postupnosť $(a_n)_1^{\infty}$ je nerastúca, potom $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

Olivierova veta

Ciele bakalárskej práce:

- **etapa I:** priblíženie práce Louisa Oliviera odhliadnúc od tohto historického „omylu“ preštudovaním relevantných (podľa možnosti originálnych) zdrojov dávajúcich obraz o rozvoji matematickej analýzy v 20. rokoch 19. storočia;
- **etapa II:** poskytnutie prehľadu a zosumarizovanie ďalších zovšeobecnení Olivierovej vety rôznymi smermi počnúc Cesàrom v 19. storočí, pokračujúc 20. storočím a prácami de la Vallée Poussina, Rademachera, Ostrowského, Knoppa a ďalších, až po niektoré súčasné dostupné výsledky s príkladmi;
- **etapa III:** študovať možnosti zoslabenia podmienky monotónnosti postupnosti $(a_n)_1^\infty$ napríklad použitím kvázi-monotónnych postupností[1], prípadne ďalších jej zovšeobecnení (cez asymptotickú hustotu a pod.).

---

[1] postupnosť kladných čísel $(a_n)_1^\infty$ sa nazýva kvázi-monotónna, ak pre nejaké nezáporné reálne číslo β platí $n^{-\beta}a_n \to 0$ pre $n \to \infty$

Olivierova veta

Ciele bakalárskej práce:

- **etapa I:** priblíženie práce Louisa Oliviera odhliadnúc od tohto historického „omylu“ preštudovaním relevantných (podľa možnosti originálnych) zdrojov dávajúcich obraz o rozvoji matematickej analýzy v 20. rokoch 19. storočia;
- **etapa II:** poskytnutie prehľadu a zosumarizovanie ďalších zovšeobecnení Olivierovej vety rôznymi smermi počnúc Cesàrom v 19. storočí, pokračujúc 20. storočím a prácami de la Vallée Poussina, Rademachera, Ostrowského, Knoppa a ďalších, až po niektoré súčasné dostupné výsledky s príkladmi;
- **etapa III:** študovať možnosti zoslabenia podmienky monotónnosti postupnosti $(a_n)_1^\infty$ napríklad použitím kvázi-monotónnych postupností[1], prípadne ďalších jej zovšeobecnení (cez asymptotickú hustotu a pod.).

[1] postupnosť kladných čísel $(a_n)_1^\infty$ sa nazýva kvázi-monotónna, ak pre nejaké nezáporné reálne číslo β platí $n^{-\beta}a_n \to 0$ pre $n \to \infty$

Ciele bakalárskej práce:

- **etapa I:** priblíženie práce Louisa Oliviera odhliadnúc od tohto historického „omylu“ preštudovaním relevantných (podľa možnosti originálnych) zdrojov dávajúcich obraz o rozvoji matematickej analýzy v 20. rokoch 19. storočia;
- **etapa II:** poskytnutie prehľadu a zosumarizovanie ďalších zovšeobecnení Olivierovej vety rôznymi smermi počnúc Cesàrom v 19. storočí, pokračujúc 20. storočím a prácami de la Vallée Poussina, Rademachera, Ostrowského, Knoppa a ďalších, až po niektoré súčasné dostupné výsledky s príkladmi;
- **etapa III:** študovať možnosti zoslabenia podmienky monotónnosti postupnosti $(a_n)_1^\infty$ napríklad použitím kvázi-monotónnych postupností[1], prípadne ďalších jej zovšeobecnení (cez asymptotickú hustotu a pod.).

[1] postupnosť kladných čísel $(a_n)_1^\infty$ sa nazýva kvázi-monotónna, ak pre nejaké nezáporné reálne číslo β platí $n^{-\beta}a_n \to 0$ pre $n \to \infty$

Olivierova veta

Ciele bakalárskej práce:

- **etapa I:** priblíženie práce Louisa Oliviera odhliadnúc od tohto historického „omylu“ preštudovaním relevantných (podľa možnosti originálnych) zdrojov dávajúcich obraz o rozvoji matematickej analýzy v 20. rokoch 19. storočia;
- **etapa II:** poskytnutie prehľadu a zosumarizovanie ďalších zovšeobecnení Olivierovej vety rôznymi smermi počnúc Cesàrom v 19. storočí, pokračujúc 20. storočím a prácami de la Vallée Poussina, Rademachera, Ostrowského, Knoppa a ďalších, až po niektoré súčasné dostupné výsledky s príkladmi;
- **etapa III:** študovať možnosti zoslabenia podmienky monotónnosti postupnosti $(a_n)_1^\infty$ napríklad použitím kvázi-monotónnych postupností[1], prípadne ďalších jej zovšeobecnení (cez asymptotickú hustotu a pod.).

[1] postupnosť kladných čísel $(a_n)_1^\infty$ sa nazýva kvázi-monotónna, ak pre nejaké nezáporné reálne číslo β platí $n^{-\beta}a_n \to 0$ pre $n \to \infty$