Malé množiny prirodzených čísel
a
štatistická konvergencia

Téma bakalárskej práce

Jaroslav Šupina

Anotácia

Pre niektoré množiny prirodzených čísel môžeme definovať ich asymptotickú hustotu. Vezmime $A \subseteq \mathbb{N}$, ak existuje

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|\{k \leq n;\ k \in A\}|}{n},$$

tak ju označujeme $d(A)$ a voláme asymptotická hustota množiny A. Ide o určité merítko veľkosti množín. Za malé považujeme množiny asymptotickej hustoty 0.

Hovoríme, že postupnosť čísel $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ štatisticky konverguje k číslu x, ak

$$d(\{n \in \mathbb{N}; |x_n - x| < \varepsilon\}) = 1$$

pre ľubovoľné kladné číslo ε. Definíciu je možné prirodzene rozšíriť na postupnosť bodov topologického priestoru a postupnosť funkcií do topologického priestoru.

V skutočnosti ide a významný špeciálny prípad dnes intenzívne skúmanej ideálovej konvergencie, impulzom k výskumu ktorej bola práve štatistická konvergencia. Myšlienka štatistickej konvergencie bola rozpracovaná H. Fastom, H. Steinhausom a I. J. Schoenbergom v päťdesiatych rokoch minulého storočia. Postupne si našla miesto v niekoľkých oblastiach matematiky: teória čísel, trigonometrické rady, pravdepodobnosť, teória miery, optimalizácia, lokálne konvexné priestory, Banachove priestory atď.

Základné informácie

- zatiaľ nie je plánované pokračovanie ako témy diplomovej práce
- znalosť metrických priestorov je vítaná

Ciele

- systematicky prezentovať základné vlastnosti ideálu množín asymptotickej hustoty nula
- systematicky prezentovať základné vlastnosti štatistickej konvergencie bodov topologického priestoru i funkcií do topologického priestoru
- zosumarizovať aplikácie štatistickej konvergencie a aspoň jednu vybranú detailnejšie popísať
- skúmať štatistickú konvergenciu rádu α a/alebo štatistickú kvázi-normálnu a rovnomernú konvergenciu
- rozšíriť niektoré znalosti i prostriedky dôkazov z euklidovských resp. metrických priestorov na všeobecné topologické priestory

Literatúra

M. Balcerzak, K. Dems, A. Komisarski, *Statistical convergence and ideal convergence for sequences of functions,* JK. Math. Anal. Appl. 328 (2007), 715–729.

G. Di Maio, Lj.D.R. Kočinac, *Statistical convergence in topology,* Topology Appl., 156 (2008), 28–45.

M. Çinar, M. Karakaş, M. Et, *On pointwise and uniform statistical convergence of order α for sequences of functions,* Fixed Point Theory Appl. 2013 (2013), art. no. 33.