

Výberové princípy z postupností funkcií

Téma bakalárskej práce

Jaroslav Šupina

Postupnosť postupností čísel

$$\begin{array}{ccccccccccc} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & \dots & a_{0,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \\ a_{n,0} & a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \dots & a_{n,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \end{array}$$

Postupnosť postupností čísel

$$\begin{array}{ccccccccccc} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & \dots & a_{0,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & \\ a_{n,0} & a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \dots & a_{n,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & \end{array}$$

Postupnosť postupností čísel

$$\begin{array}{ccccccccccc} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & \dots & a_{0,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \\ a_{n,0} & a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \dots & a_{n,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \end{array}$$

Kontrolná postupnosť: $\langle \frac{1}{n+1} : n \in \omega \rangle$

Postupnosť postupností čísel


$$\begin{array}{ccccccccccc} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & \dots & a_{0,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ a_{n,0} & a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \dots & a_{n,m} & \dots & \rightarrow & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \end{array}$$

Kontrolná postupnosť: $\langle \frac{1}{n+1} : n \in \omega \rangle$

$$1 > |a_{0,m_0}| \quad \frac{1}{2} > |a_{1,m_1}| \quad \frac{1}{3} > |a_{2,m_2}| \quad \dots \quad \frac{1}{n+1} > |a_{n,m_n}| \quad \dots$$

Postupnosť postupností funkcií

$f_{0,0}$	$f_{0,1}$	$f_{0,2}$	$f_{0,3}$	\dots	$f_{0,m}$	\dots	\rightarrow	0
$f_{1,0}$	$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{1,3}$	\dots	$f_{1,m}$	\dots	\rightarrow	0
$f_{2,0}$	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{2,3}$	\dots	$f_{2,m}$	\dots	\rightarrow	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$f_{n,0}$	$f_{n,1}$	$f_{n,2}$	$f_{n,3}$	\dots	$f_{n,m}$	\dots	\rightarrow	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\rightarrow	0

 0

Postupnosť postupností funkcií

$f_{0,0}$	$f_{0,1}$	$f_{0,2}$	$f_{0,3}$	\dots	$f_{0,m}$	\dots	\rightarrow	0
$f_{1,0}$	$f_{1,1}$	$f_{1,2}$	$f_{1,3}$	\dots	$f_{1,m}$	\dots	\rightarrow	0
$f_{2,0}$	$f_{2,1}$	$f_{2,2}$	$f_{2,3}$	\dots	$f_{2,m}$	\dots	\rightarrow	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$f_{n,0}$	$f_{n,1}$	$f_{n,2}$	$f_{n,3}$	\dots	$f_{n,m}$	\dots	\rightarrow	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\rightarrow	0

Vybraná konvergentná postupnosť nemusí existovať!

Základné informácie

- ▶ možnosť pokračovať v rámci diplomovej práce v podobnej problematike je pravdepodobná
- ▶ znalosť metrických priestorov je vítaná
- ▶ plánované absolvovanie predmetu Logika a teória množín je potrebné

Ciele

- ▶ preštudovať známe výsledky o výberových princípoch postupností funkcií
- ▶ analyzovať princípy súvisiace s monotónnou konvergenciou
- ▶ vyjasniť úlohu oboru hodnôt pri polospojitéch funkciách
- ▶ nájsť a analyzovať spoločnú schému pre princípy s parametrami, ako sú typ konvergenzie alebo systémy funkcií
- ▶ zobrať do úvahy i ideálové verzie konvergenzie funkcií
- ▶ vylepšiť intuíciu pri práci s nekonečnom
- ▶ rozšíriť niektoré znalosti o euklidovských resp. metrických priestoroch na všeobecné topologické priestory
- ▶ osvojiť si niektoré vedomosti z metamatematiky (napr. nerozhodnuteľné tvrdenia)

Literatúra



Chandra D., *Some remarks on sequence selection properties using ideals*, Mat. Vesnik **68** (2016), 39–44.



Šupina J., *On sequence selection properties*, Filomat **27** (2013), 1523–1544.