

Susedov rozlišujúci index grafu*

Bakalárska práca

pre študijný program Matematika
alebo Ekonomická a finančná matematika
v akademickom roku 2018/19

vedúci práce Mirko Horňák

*pokračovanie v diplomovej práci vítané

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$
susedné hrany \rightarrow rôzne farby

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$
susedné hrany \rightarrow rôzne farby
 $v \in V(G) \rightarrow S_\varphi(v) := \{\varphi(e) : e \ni v\}$ **φ -paleta** vrcholu v

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
susedné hrany \rightarrow rôzne farby
 $v \in V(G) \rightarrow S_\varphi(v) := \{\varphi(e) : e \ni v\}$ **φ -paleta** vrcholu v
 φ **susedov rozlišujúce** (neighbour-distinguishing),
ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow S_\varphi(x) \neq S_\varphi(y)$)
susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -palety

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
susedné hrany \rightarrow rôzne farby
 $v \in V(G) \rightarrow S_\varphi(v) := \{\varphi(e) : e \ni v\}$ **φ -paleta** vrcholu v
 φ **susedov rozlišujúce** (neighbour-distinguishing),
ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow S_\varphi(x) \neq S_\varphi(y)$)
susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -palety

Definícia

Susedov rozlišujúci index grafu G je **minimálny** počet farieb v susedov rozlišujúcom zafarbení grafu G ; označenie **$ndi(G)$** .

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G)$ ($|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2)$)
 susedné hrany \rightarrow rôzne farby

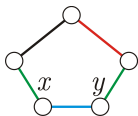
$v \in V(G) \rightarrow S_\varphi(v) := \{\varphi(e) : e \ni v\}$ **φ -paleta** vrcholu v

φ **susedov rozlišujúce** (neighbour-distinguishing),

ak platí: $\forall x, y \in V(G)$ ($\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow S_\varphi(x) \neq S_\varphi(y)$)
 susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -palety

Definícia

Susedov rozlišujúci index grafu G je **minimálny** počet farieb
 v susedov rozlišujúcom zafarbení grafu G ; označenie **$ndi(G)$** .



\uparrow susedov **nerozlišujúce** \uparrow

$$S_\varphi(x) = S_\varphi(y)$$

G graf, C množina farieb, $\varphi : E(G) \rightarrow C$ hranové zafarbenie
 φ **regulárne**: $\forall e_1, e_2 \in E(G) (|e_1 \cap e_2| = 1 \Rightarrow \varphi(e_1) \neq \varphi(e_2))$

susedné hrany \rightarrow rôzne farby

$v \in V(G) \rightarrow S_\varphi(v) := \{\varphi(e) : e \ni v\}$ **φ -paleta** vrcholu v

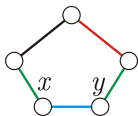
φ **susedov rozlišujúce** (neighbour-distinguishing),

ak platí: $\forall x, y \in V(G) (\{x, y\} \in E(G) \Rightarrow S_\varphi(x) \neq S_\varphi(y))$

susedné vrcholy \rightarrow rôzne φ -palety

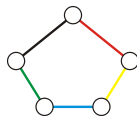
Definícia

Susedov rozlišujúci index grafu G je **minimálny** počet farieb
v susedov rozlišujúcom zafarbení grafu G ; označenie **$\text{ndi}(G)$** .



\uparrow susedov **nerozlišujúce** \uparrow

$$S_\varphi(x) = S_\varphi(y)$$



\uparrow susedov rozlišujúce \uparrow

$$\text{ndi}(C_5) = 5 = \Delta(C_5) + 3$$

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5
- planárne grafy s maximálnym stupňom vrcholu aspoň 12

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5
- planárne grafy s maximálnym stupňom vrcholu aspoň 12

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5
- planárne grafy s maximálnym stupňom vrcholu aspoň 12

Cieľ práce

- Spracovať prehľad o článkoch pojednávajúcich o susedov rozlišujúcom indexe.

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5
- planárne grafy s maximálnym stupňom vrcholu aspoň 12

Cieľ práce

- Spracovať prehľad o článkoch pojednávajúcich o susedov rozlišujúcom indexe.
- Skúmať ndi pre kompletne multipartitné grafy.

Hypotéza (Neighbour-Distinguishing Conjecture, NDC)

Ak $G \notin \{K_2, C_5\}$ je súvislý graf, tak $\text{ndi}(G) \leq \Delta(G) + 2$.

NDC platí pre

- bipartitné grafy (grafy bez kružníc nepárnej dĺžky)
- grafy s maximálnym stupňom nanajvýš 3
- planárne grafy bez kružníc dĺžky nanajvýš 5
- planárne grafy s maximálnym stupňom vrcholu aspoň 12

Cieľ práce

- Spracovať prehľad o článkoch pojednávajúcich o susedov rozlišujúcom indexe.
- Skúmať ndi pre kompletne multipartitné grafy.
- Hľadať nové grafy (príp. triedy grafov) podporujúce NDC.