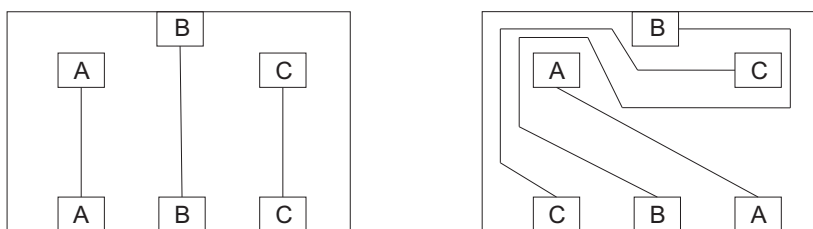


### Úloha 1.



### Úloha 2.

Na určenie hodnoty  $x$  zavedieme nasledujúcu substitúciu

$$y = x^{x^{x^{\dots}}},$$

a ďalej pokračujeme jednoduchým výpočtom

$$x^y = x^{x^{x^{\dots}}}$$

$$x^y = 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}.$$

Poznámka k riešeniu: Môže sa zdať, že  $x = \sqrt{3}$  je riešením rovnice  $y = 3$ , no nie je to tak. Tento uvedený spôsob riešenie funguje iba ak

$$\frac{1}{e} < y < e \quad \text{a teda} \quad \frac{1}{e^e} < x < e^{1/e}.$$

Tento výsledok dokázal Knoebel a Mitchelmore.

### Úloha 3.

Odpoveď je ÁNO. Šanca na výhru auta je dvojnásobná ak súťažiaci zmení svoje rozhodnutie. Dôvodom toho je, že na výhru auta pri stratégii ponechania pôvodnej voľby je nutné hneď na začiatku vybrať dvere za ktorými je auto, čo je jedna z troch možností. Naopak pre výhru auta pri stratégii zmeny voľby je nutné na začiatku vybrať dvere, za ktorými je prasiatko, čo sú dve z troch možností.

V okamihu, ak sa moderátor súťažiaceho opýta, či chce zmeniť svoje pôvodné rozhodnutie môžu nastať tri prípady odpovedajúce pôvodnej voľbe súťažiaceho, každá s tretinovou pravdepodobnosťou:

- Súťažiaci pôvodne zvolil dvere ukrývajúce prasiatko číslo 1. Moderátor otvorí dvere s druhým prasiatkom (prasiatkom číslo 2).

- Súťažiaci pôvodne zvolil dvere ukrývajúce prasiatko číslo 2. Moderátor otvorí dvere s druhým prasiatkom (prasiatkom číslo 1).

- Súťažiaci pôvodne zvolil dvere ukrývajúce auto. Moderátor otvorí dvere s jedným z prasiatok.

Pokiaľ sa súťažiaci rozhodne pre zmenu voľby, vyhráva auto v prvých dvoch prípadoch. Hráč, ktorý si ponechá pôvodné rozhodnutie vyhráva iba v treťom prípade. Šanca na výhru pri zmene voľby je teda  $2/3$ , alebo súťažiaci, ktorý dodržiava stratégiu zmeny vyhráva auto v priemere v dvoch z troch hier.