1. zápočtová písomka - ZS 2020/2021

Meno a priezvisko: **Dátum:** 19.10.2020
Skratka predmetu: FRPa/19 **Čas riešenia:** 75 minút

1. (a) Je daný výrok $(\exists x < 0)(\forall y > 0)\, |x| = |y|$. Ak je pravdivý, dokážte ho. Ak je nepravdivý, nájdite kontrapríklad a upravte ho tak, aby pravdivý bol.

   (b) Znegujte nasledujúci výrok

   $$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y > 0)\, x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2.$$

   Rozhodnite a zdôvodnite pravdivosť výroku a jeho negácie.

2. V $\mathbb{R}$ riešte rovnicu $\log_4(2 \cdot 4^{x-2} - 1) + 4 = 2x$.

3. Zistite, či je funkcia $h : s = \dfrac{3+2t}{1+t}$ injektívna. Ak áno, nájdite k nej inverznú funkciu a určte definičné obory oboch funkcií.

4. Určte definičný obor a predpis funkcie $g \circ h$, ak

   $$g(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x^2+2x+10}}, \qquad h(x) = \frac{1}{x}.$$

5. Dokážte, že ak φ je neklesajúca funkcia na D_φ a ψ je klesajúca funkcia na D_f, tak $\varphi \circ \psi$ je nerastúca funkcia na $D_{\varphi\circ\psi}$.

6. Nech $g(x) = x^2 + 1$ a $x_0 = 4$. Nájdite interval obsahujúci bod x_0 taký, že funkčné hodnoty bodov v ňom sa líšia od hodnoty $g(x_0)$ maximálne o 3.

7. Načrtnite graf funkcie $h : y = |\sqrt{|x|+1} - 2|$. Popíšte všetky transformácie, ktoré ste pri kreslení využili.

Úloha	1. [2b]	2. [3b]	3. [3b]	4. [2b]	5. [1,5b]	6. [1,5b]	7. [2b]	$\sum = 15$b
Získané body								$\sum =$