

## Séria úloh 2A: Rovnice a nerovnice, funkcie

**Úloha 1.** Vyriešte v  $\mathbb{R}$  nasledujúce rovnice a nerovnice vzhľadom na reálne parametre  $a, b, p, q, m$ :

a)  $\frac{a}{ax+1} = \frac{6}{x+2}$

b)  $b(2r+1) = 4(r+3)$

c)  $\frac{5y-2}{p-3} - \frac{2}{3}y = 4$

d)  $q^3z - 2q^2z + 8 = q^3$

e)  $\frac{4m}{x+m} + \frac{4m}{x-m} = 3$

f)  $at^2 + 2at + 4 = 0$

g)  $p(p+1)x^2 + x - p(p-1) = 0$

h)  $1 \leq |mz+1| < 2$

i)  $\frac{y^2+a^2}{ay} < -2$

j)  $bz^2 + (3-b)z + 1 > 0$

k)\*  $|1+p\sqrt{x}| \leq 2p^2x$

**Úloha 2.** Riešte v  $\mathbb{R}$ :

a)  $3\sqrt{x+5} = 5-x$

b)  $\sqrt{3t+4} - \sqrt{t-3} = \sqrt{2t+1}$

c)  $\sqrt{9y^2+4\sqrt{6y+2}} = 3y+2$

d)  $\sqrt{2z-1} < z-2$

e)  $x-3 < \sqrt{x^2+4x-5}$

f)  $r+3\sqrt{r-3}-1 > 0$

g)  $a-1 < \sqrt{5-a^2}$

h)  $\sqrt{\frac{-3}{10+2q+q^2}} \geq 0$

i)  $\sqrt{u+3-4\sqrt{u-1}} + \sqrt{u+8-6\sqrt{u-1}} = 1$

j\*)  $b^{\sqrt{b}} = \sqrt{b^b}$

**Úloha 3.** Riešte v  $\mathbb{R}$  rovnicu  $\sqrt{m+\sqrt{x^2+m^2}} = x$  vzhľadom na parameter  $m \in \mathbb{R}$ .

**Úloha 4.** Riešte v  $\mathbb{R}$ :

a)  $\log_{\frac{1}{5}}(y^2-6y+18) + 2\log_5(y-4) < 0$

b)  $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$

c)  $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{x+1}{x-1}\right) \geq 0$

d)  $8^{\sqrt{8y}} > 4096$

e)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{|t+2|}{2-|t|}} > 9$

f)  $\log_x \frac{1}{4} + \log_4 \frac{1}{x} \leq -2$

g)  $\frac{\log^2 x - 3\log x + 3}{\log x - 1} < 1$

h)  $\log_{x-1}(x+1) > 2$

i)  $3 \cdot 7^x + 5 - 2 \cdot 7^{-x} < 0$

**Úloha 5.** \* V množine reálnych čísel riešte nasledujúce rovnice a nerovnice:

- a)  $\log_{(3x+7)}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{(2x+3)}(6x^2 + 23x + 21) = 4$       b)  $\log_t 2 \cdot \log_{2t} 2 \cdot \log_2 4t > 1$   
 c)  $\sqrt{4 \cdot 3^{-y} - 3} < (\sqrt{3})^y$

**Úloha 6.** Nájdite definičné obory nasledujúcich funkcií:

- a)  $f_1 : y = \log_{\sqrt{2}}(e^x - e^{-x})$       b)  $f_2 : z = \sqrt{w - 2\sqrt{w - 1}}$   
 c)  $f_3 : z = \ln(1 - \log_6(w^2 - 5w + 16))$       d)  $f_4 : q = \sqrt{\sin \sqrt{p}}$   
 e)  $f_5 : x = \log_4 \frac{4y + 3}{5 - 2y} + \sqrt{\log_4(6y - 1)}$       f)  $f_6 : v = \sqrt{\frac{u - 1}{u + 1}}$   
 g)  $f_7 : v = (\log \cos u)^{\frac{1}{8}}$       h)  $f_8 : r = \frac{1}{\sqrt{1 + s} - \sqrt{1 - s}}$   
 i)  $f_9 : y = \sqrt{\log \log x}$

**Úloha 7.** Ktoré z uvedených funkcií sa rovnajú?

$$f : y = \frac{1}{x^2 + x}; \quad g : y = \frac{1}{x^2 + \sqrt{x^2}}; \quad h : y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1}.$$

**Úloha 8.** Vyšetrite párnosť, resp. nepárnosť funkcií:

- a)  $g_1 : w = \frac{v}{2^v - 1}$       b)  $g_2 : s = r^2 + \sin r^2$   
 c)  $g_3 : t = s \ln s$       d)  $g_4 : b = \frac{a^2}{1 + a^2}$   
 e)  $g_5 : y = \frac{x}{|x|}$       f)  $g_6 : v = \frac{u^2 - 1}{u + u^3}$   
 g)  $g_7 : z = \frac{\sin y + |y| \sin y}{2}$       h)  $g_8 : q = \frac{1}{1 + \cos^3 p}$   
 i)  $g_9 : \beta = \ln(\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2})$       j)  $g_{10} : S = \frac{\ln \cos R}{\sqrt{3 - R^2}} \cdot \cos \frac{R}{3}$

**Odporúčané úlohy na precvičenie:**

1 d, 1 j, 2 d, 2 f, 4 c, 4 i, 6 c, 6 e, 8 c, 8 j