Séria úloh 3A: Absolútna hodnota reálneho čísla

Úloha 1. Riešte v $\mathbb{R}$:

a) $3r - |2r - 1| = r + 1$

b) $|t + 2| - 2|1 - t| = -6$

c) $|3 - |2 - Y|| \leq 2Y$

d) $||w| + 3| - 3w = -7$

e) $|1 - 2b| + |2 + 3b| < 11$

f) $\left|\frac{2m-1}{m-1}\right| > 2$

g) $\frac{|y+2|-y}{y} < 2$

h) $\frac{s^2+6s-7}{|s+4|} < 0$

i) $\frac{3}{|u+1|} \geq 1$

j) $|N^2 + 1| \leq 2N + 1$

Úloha 2. Nasledujúcu rovnicu a nerovnicu riešte v $\mathbb{R}$ graficky:

a) $||||x - 2| - 1| - 2| - 1| = ||x - 2| - 2|$; b) $|y^2 - 4| \geq y - 4$.

Úloha 3. Dokážte nasledujúce tvrdenia

a) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists c \in \{-1, 1\})\ |x| = cx$

b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall c \in \{-1, 1\})\ cx \leq |x|$

Úloha 4. Dokážte, že $\max\{x, y\} = \frac{|x-y|}{2} + \frac{x+y}{2}$. Aký výraz by prislúchal $\min\{x, y\}$?

Úloha 5. Za akých podmienok platí $|x - y| + |y - z| = |x - z|$?

Úloha 6. Dokážte, že ak $\alpha < x < \beta$ a $\alpha < y < \beta$, tak $|x - y| < \beta - \alpha$. Interpretujte tento výsledok geometricky ako tvrdenie o intervale (α, β).

Odporúčané úlohy na precvičenie: 1, 2, 4