

Séria úloh 6B: Interpretácia, sklon, čítanie grafu I

Úloha 1. Dráha pohybujúceho sa telesa je popísaná funkciou danou predpisom

$$s(t) = 2t^3 - 15t^2 + 36t + 2,$$

príčom dráha s je vyjadrená v metroch a čas v sekundách. Zistite, v ktorom okamihu je rýchlosť telesa nulová.

Úloha 2. Jeden kanadský prístav je známy vďaka extrémnemu prílivu a odlivu. Hĺbka vody y , v metroch, môže byť modelovaná funkciou závislou od času t , v hodinách po polnoci, s predpisom

$$y = 10 + 7,5 \cdot \cos(0,507t).$$

Ako rýchlo stúpa alebo klesá hĺbka vody v časoch 6:00 a 9:00 ráno?

Úloha 3. Nech $f(v)$ je spotreba paliva (v litroch/kilometer) auta idúceho rýchlosťou v (v km/h). Inými slovami, $f(v)$ hovorí, koľko litrov paliva spotrebuje Vaše auto pri prejdení jedného kilometra rýchlosťou v . Vieme, že

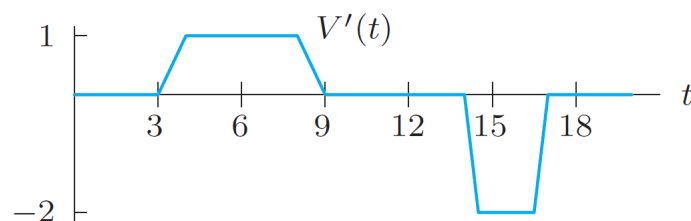
$$f(80) = 0,05 \text{ a } f'(80) = 0,0005.$$

- Nech $g(v)$ je vzdialenosť, ktorú prejde to isté auto na jeden liter rýchlosťou v . Aký je vzťah medzi $f(v)$ a $g(v)$? Nájdite $g(80)$ a $g'(80)$.
- Nech $h(v)$ je spotreba paliva v litroch za hodinu, t.j. $h(v)$ udáva, koľko litrov paliva spotrebuje auto za jednu hodinu, ak ide rýchlosťou v . Aký je vzťah medzi $h(v)$ a $f(v)$? Nájdite $h(80)$ a $h'(80)$.
- Ako by ste vysvetlili praktický význam hodnôt týchto funkcií a ich derivácií vodičovi bez znalosti FRPa?

Úloha 4. Dieťa nafukuje balón, chvíľu ho obdivuje a následne z neho vypustí vzduch konštantnou rýchlosťou. Ak $V(t)$ označuje objem balóna v čase t , obrázok nižšie znázorňuje $V'(t)$ ako funkciu času t . V akom čase urobilo dieťa nasledovné?

- Začalo nafukovať balón.
- Skončilo nafukovanie balóna.
- Začalo vypúšťať balón.

Ako by sa zmenil graf funkcie V' , ak by dieťa namiesto konštantného vypúšťania vzduchu striedavo stláčalo otvor balóna?



Úloha 5. Prúd, ktorý preteká indukčnou cievkou, je popísaný funkciou i danou predpisom $i(t) = 15 \sin^5 3t$, kde prúd i meriame v ampéroch a čas t v sekundách. Vypočítajte indukovanú elektromotorickú silu $e_i = -Li'(t)$ v čase $\frac{2\pi}{9}$ s, ak $L = 0,03$ H.

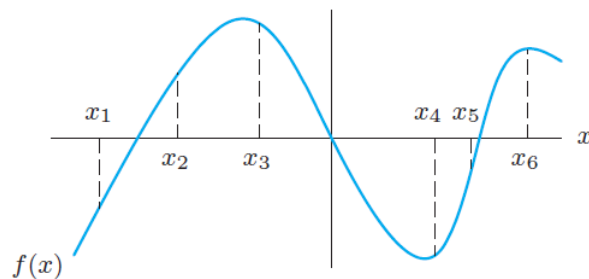
Úloha 6. Vlak vychádza zo stanice, pričom jeho pohyb je popísaný rovnicou dráhy $s(t) = at^2 + bt + c$ meranej v kilometroch a čas v hodinách. Po uplynutí jednej minúty dosiahne vlak rýchlosť 60 km/h. Akú dráhu prejde vlak, kým dosiahne túto rýchlosť?

Úloha 7. Tabuľka udáva hodnoty $c(t)$ koncentrácie (meranej v $\mu\text{g}/\text{cm}^3$) látky v krvi pacienta v čase t (v minútach). Skonstruujte tabuľku odhadovaných hodnôt rýchlosti zmeny koncentrácie v čase.

t (min)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$c(t)$ ($\mu\text{g}/\text{cm}^3$)	0.84	0.89	0.94	0.98	1.00	1.00	0.97	0.90	0.79	0.63	0.41

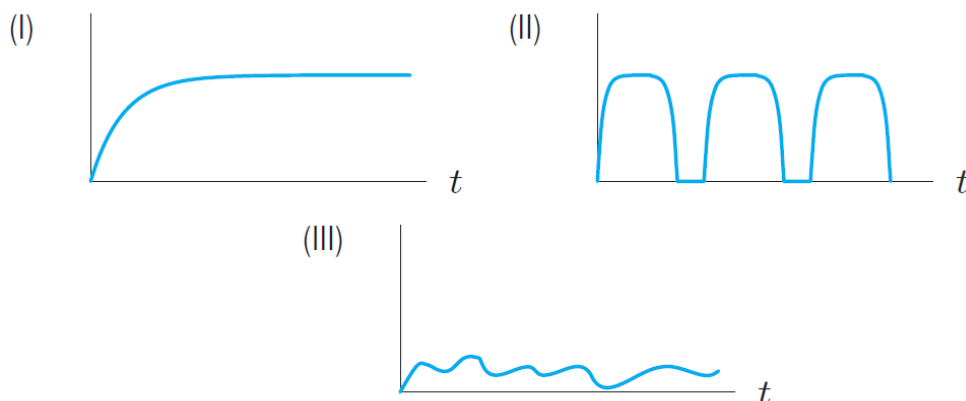
Úloha 8. Graf funkcie f je zobrazený na obrázku. V ktorých z vyznačených hodnôt x_1, \dots, x_6 je

- (a) $f(x)$ najväčšia?
- (b) $f(x)$ najmenšia?
- (c) $f'(x)$ najväčšia?
- (d) $f'(x)$ najmenšia?

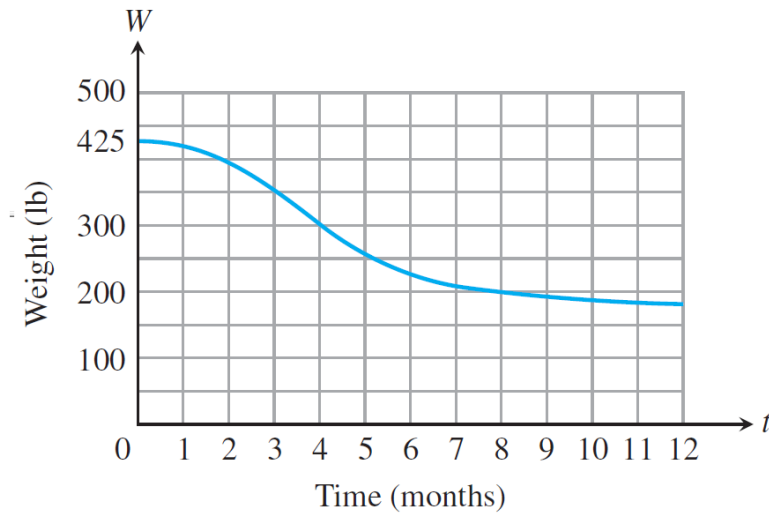


Úloha 9. Vozidlo pohybujúce sa po rovnej ceste má vzdialenosť $f(t)$ od štartovacej polohy v čase t . Ktorý z grafov na obrázku by mohol byť grafom $f'(t)$ pre nasledujúce scenáre I, II a III (predpokladáme, že škály obrázkov sú všade rovnaké)?

- (a) autobus na vyhlídkovej jazde bez zápch
- (b) auto na ceste bez zápch a zelenej vlny (na semaforochoch stále zelené svetlo)
- (c) auto v plnej premávke v Londýne



Úloha 10. Jared Fogle, známy aj ako „Subway Sandwich Guy“ vážil 425 libier (1 libra je cca 0,45 kg) na začiatku roku 1997, no za 12 mesiacov cielene zhodil viac ako 240 libier. Graf zobrazujúci jeho dramatickú zmenu váhy je uvedený nižšie.



- (a) Odhadnite zmenu rýchlosti Jaredovej straty na váhe v čase $t = 1$, $t = 4$ a $t = 11$.
- (b) Kedy Jared stratil na váhe najrýchlejšie a aká veľká bola táto zmena?
- (c) Načrtnite graf derivácie Jaredovej váhy.

Úloha 11. Sčítanie ľudu americkej populácie v miliónoch je uvedené v tabuľke.

Table 2.12 *US population (in millions), 1790–2000*

Year	Population	Year	Population	Year	Population	Year	Population
1790	3.9	1850	23.1	1910	92.0	1970	205.0
1800	5.3	1860	31.4	1920	105.7	1980	226.5
1810	7.2	1870	38.6	1930	122.8	1990	248.7
1820	9.6	1880	50.2	1940	131.7	2000	281.4
1830	12.9	1890	62.9	1950	150.7		
1840	17.1	1900	76.0	1960	179.0		

- (a) Odhadnite rýchlosť rastu populácie v rokoch 1900, 1945 a 2000.
- (b) Kedy približne bola zmena rastu populácie najväčšia?
- (c) Na základe údajov z tabuľky vedeli by ste predpovedať veľkosť populácie v roku 2010? A v roku 2020?

Úloha 12. Výnosy spoločnosti z predaja automobilov, V (v tisícoch dolárov), sú funkciou jej výdavkov na reklamu a (v tisícoch dolárov), t.j. $V = r(a)$.

- (a) V čo spoločnosť dúfa, že platí pre znamienko r' ?
- (b) Čo v praxi znamená výrok $r'(100) = 2$? A čo $r'(100) = 0,5$?
- (c) Predpokladajme, že spoločnosť plánuje minúť asi 100 000 dolárov na reklamu. Ak $r'(100) = 2$, mala by spoločnosť utrátiť viac alebo menej ako 100 000 dolárov na reklamu? A čo ak $r'(100) = 0,5$?