

## Séria úloh 12A: Neurčitý integrál a diferenciálne rovnice

**Úloha 1.** Prostredníctvom reklamnej kampane je predstavený nový cereálny produkt miliónu zákazníkov. Počet zákazníkov oboznámených s produktom je úmerný počtu zákazníkov, ktorí o produkte ešte nepočuli. Na konci prvého roka bola s produktom oboznámená už polovica zákazníkov. Zistite, koľko zákazníkov od spustenia reklamy bude počuť o danom produkte na konci druhého roka?

**Úloha 2.** Počas chemickej reakcie sa látka  $A$  zmenila na látku  $B$  a to priamoúmerne druhej mocnine množstva látky  $A$ . Pred začiatkom reakcie v čase  $t = 0$  sme mali 60 gramov látky  $A$ . Po začatí chemickej reakcie v priebehu 1 hodiny ostane len 10 gramov z pôvodnej látky  $A$ . Zistite, koľko gramov ostane z pôvodnej látky  $A$  po 2 hodinách.

**Úloha 3.** Uvažujme mesto, o ktorom vieme, že v roku 1998 malo okolo 400 000 obyvateľov. Zistite, koľko obyvateľov by bolo v tom istom meste v roku 2005, ak poznáme koeficient úmernosti rastu mestskej populácie  $k = 0,015$ .

**Úloha 4.** Atmosférický tlak v závislosti od rastúcej nadmorskej výšky klesá úmerne podľa barometrickej rovnice, kde koeficient úmernosti je  $k = -0,00012$  a pri nulovej nadmorskej výške poznáme hodnotu atmosférického tlaku 101,3 kPa. Zistite atmosférický tlak na týchto miestach:

- Košice (208 m.n.m.);
- Gerlachovský štít (2 654 m.n.m.);
- Mount McKinley (6 168 m.n.m.);
- Údolie smrti (-86 m.n.m.).

**Úloha 5.** Riešte diferenciálne rovnice:

- |   |  |
|---|--|
| a) $y'(x) = \operatorname{tg} x$            | b) $y'(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$              |
| c) $\frac{y'(x)}{y(x)} = \cos x$            | d) $y'(x) \operatorname{tg} x - y(x) = 0$        |
| f) $y'(x) + 4y(x) = 0$                      | g) $x(1-y(x)) = (1+x)y'(x)$                      |
| h) $e^{y(x)} + y'(x) = 0, y(2) = 0$         | i) $y(x) \ln y(x) + xy'(x) = 0, y(1) = 1$        |
| j) $y \sin x + \cos xy'(x) = 0, y(0) = 1$   | k) $\sqrt{y(x)-1} + \sqrt{x}y'(x) = 0, y(4) = 2$ |
| l) $y'(x) = \frac{2xy(x)}{1+x^2}, y(1) = 1$ |  |