

Skúšková písomka FRPa/19 – ZS 2020/2021

Meno a priezvisko:

Študijný program:

Hodnotenie:

Čas na vypracovanie písomnej časti (t.j. vyriešenie uvedených úloh a testových otázok) je **120 minút**. Povolené sú bežné písacie potreby a čistý papier na vypracovanie príkladov, akákoľvek technika (obzvlášť kalkulačky, mobilné telefóny a pod.) je však zakázaná. Celkový počet bodov za správne vyriešenie nižšie zadaných príkladov je 15 b..

K úspešnému absolvovaniu písomnej časti a k postupu na ústnu časť je potrebné získať **minimálne 7 b** z písomky.

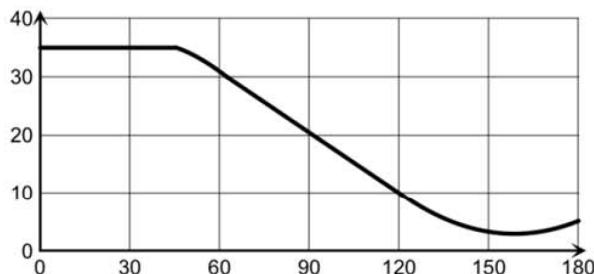
ÚLOHY

1. Pre aké $a \in \mathbb{R}$ sú riešením nerovnice $ax^2 + (a - 2)x + a^2 + \frac{1}{a} > 0$ všetky reálne čísla?
2. Načrtnite graf funkcie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ktorá má **všetky** nasledujúce vlastnosti:
 - (i) $\int_1^3 g(x) dx$ je záporný
 - (ii) g' je neklesajúca funkcia na \mathbb{R}
 - (iii) $\int_0^2 g(x) dx > \int_2^4 g(x) dx$
 - (iv) $g'(2) = 0$
 - (v) g má v bode $x_0 = 3$ lokálne maximum
3. Stredoveký staviteľ dostał za úlohu vytvoriť zo železného nosníka s dĺžkou 6 m rám románskeho okna (spodná časť obdĺžnik a vrchná polkruh). Aké rozmery okna má zvoliť, aby do miestnosti prúdilo čo najviac svetla?
4. Nech γ je krivka daná rovnicami $x = \cos^3 t$ a $y = \sin^3 t$ pre $t \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$. Vypočítajte
 - (i) dĺžku krivky γ ;
 - (ii) povrch rotačného telesa určeného krivkou γ , ktoré rotuje okolo osi o_x .

Úloha	1. [4b]	2. [3b]	3. [4b]	4. [4b]	$\Sigma = 15$ b
Získané body					$\Sigma =$

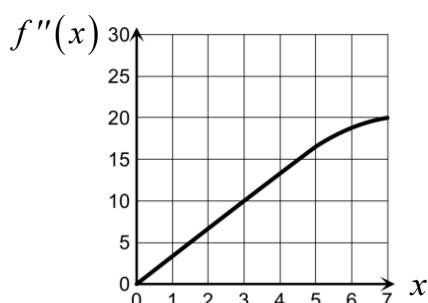
Teoretické úlohy

1. Obrázok znázorňuje graf rýchlosťi telesa v metroch za sekundu. V čase $t = 90$ s je zrýchlenie telesa rovné



- (a) $-0,22 \text{ m/s}^2$
- (b) $-0,33 \text{ m/s}^2$
- (c) $-1,0 \text{ m/s}^2$
- (d) $-2,0 \text{ m/s}^2$
- (e) 20 m/s^2

2. Na obrázku je graf funkcie f'' . Ak chcete určiť celkovú zmenu funkcie f' na intervale $\langle 0, 3 \rangle$, mali by ste



- (a) predeliť hodnotu 3 hodnotou 10
- (b) odčítať z grafu hodnotu $f''(3) - f''(0)$
- (c) nájsť hodnotu $f'(3) - f'(0)$
- (d) nájsť smernicu dotyčnice v bode $[3, 10]$
- (e) predeliť hodnotu 10 hodnotou 3

3. Aká je hodnota $\int_{-1}^1 \sin^2 x \cdot \ln \frac{2+x}{2-x} dx$?

4. Rozhodnite, či platia nasledujúce tvrdenia:

- (i) Derivácia párnej funkcie je nepárna funkcia.
- (ii) $\int xf'(x) dx - \int f(x) dx = xf(x)$

5. Vyjadrite ako kvantifikovaný výrok: funkcia f je spojitá v bode x_0 , ale nie je v ňom difencovateľná

Úloha	1. [0,75b]	2. [0,75b]	3. [1b]	4. [1,5b]	5. [1b]	$\Sigma = 5b$
Získané body						$\Sigma =$