
zápočtová písomka - LS 2021/2022

Meno a priezvisko:
Skratka predmetu: FRPb

Dátum: 8.4.2022
Celkový počet bodov: 35

(1) [10b] Uvažujme funkciu φ danú predpisom $\varphi: y = \frac{21 - 4x}{x^2 + 3x - 18}$.

(a) Vypočítajte nevlastný integrál $\int_1^{\infty} \varphi(x) \, dx$.

(b) Určte horný a dolný integrálny súčet funkcie φ na intervale $[-1, 2]$ pre delenie $\{-1, 0, 1, 2\}$.

(2) [11b] Uvažujme funkciu f danú predpisom $f: z = \frac{\ln y}{x} + \arcsin(|x| + |y| - 2)$.

(a) Nájdite definičný obor funkcie f a načrtnite ho.

(b) Vyšetrite spojitosť funkcie f na jej definičnom obore.

(c) Nájdite všetky hromadné body (deriváciu množiny), vnútorné body (vnútro množiny), hraničné body (hranicu množiny) a izolované body definičného oboru funkcie f .

(d) Rozhodnite, či definičný obor funkcie f je otvorená alebo uzavretá množina.

(e) Vypočítajte limitu funkcie f v bodoch $(0, 2)$ a $(2, 0)$.

(3) [8b] Majme postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde

$$a_n = 2^n + (-1)^n, \quad b_n = (5 + (-1)^n)^n.$$

(a) Vyšetrite monotónnosť postupnosti $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$.

(b) Zistite $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$.

(c) Rozhodnite, či rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_n}{b_n}$ absolútne konverguje, relatívne konverguje alebo diverguje.

(4) [6b] Vyšetrite spojitosť funkcie h v bode $(5, 0)$, ak

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} xy}{\sqrt{1 + y^2} - 1}, & (x, y) \neq (5, 0) \\ 0, & (x, y) = (5, 0). \end{cases}$$

Úloha	(1) [10b]	(2) [11b]	(3) [8b]	(4) [6b]	$\Sigma = 35b$
Získané body					$\Sigma =$