

## Séria úloh 1

Opakovanie: spojitosť, derivácia, Taylorov polynóm, nerovnosti, ohraničenosť množín, postupnosti, absolútna hodnota

15. 2. 2022

(Tento materiál vznikol za podpory grantu VVGS-2019-1389.)

**Príklad 1.** Vypočítajte približnú hodnotu  $\cos 151^\circ$ .

**Príklad 2.** Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $h$  na intervale  $\langle \frac{1}{100}, 100 \rangle$ , kde  $h : y = x + \frac{1}{x}$ .

**Príklad 3.** Les je ohraničený z juhu cestou vedúcou zo západu na východ. Od miesta, kde stojím, je 5 km východne vzdialená odbočka a od nej 2 km severne cieľové miesto. Po ceste sa pohybujem rýchlosťou 5 km/h, lesom 3 km/h. Ako dlho mám ísť po ceste, aby som sa čo najrýchlejšie dostal do cieľového miesta?

**Príklad 4.** Nájdite definičný obor funkcie

$$f : y = \frac{\ln \left( 4 - \frac{|2-3x|}{x-1} \right)}{\sqrt[4]{2 \cdot 7^{-x} - 3 \cdot 7^x - 5}}.$$

**Príklad 5.** Nájdite a zjednodušte deriváciu funkcie

$$h : y = \ln \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.$$

**Príklad 6.** Nájdite Taylorov polynóm funkcie

$$\psi : y = \frac{1}{x^2 - x - 12}.$$

**Príklad 7.** Nasledujúcu rovnicu

$$|1 - |x|| = \frac{3}{2}$$

riešte v a)  $\mathbb{R}$  b)  $\mathbb{N}$  c)  $\mathbb{Q}$ .

**Príklad 8.** V  $\mathbb{R}$  riešte nasledujúcu nerovnicu s parametrom  $t \in \mathbb{R}$

$$|x - 7| \leq t.$$

**Príklad 9.** V  $\mathbb{R}$  riešte nasledujúcu nerovnicu

$$\frac{|x+2|}{|x-6|} - x \geq -1.$$

**Príklad 10.** Vyšetrite ohraničenosť množiny  $M$ , kde

a)  $M = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{1 - \operatorname{sgn} x} \in \mathbb{R}\}$

b)  $M = \{x \in \mathbb{R}; x = \sqrt{1 - \operatorname{sgn} t}, t \in \mathbb{R}\}$

c)  $M = \{x \in \mathbb{R}; x = \frac{n^2+n+1}{n^2+3n+2} \sin \frac{n!}{2^n} + \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}\}$

d)  $M = \{y \in \mathbb{R}; y = \frac{1}{1-x^2}, x \in (-1, 1)\}$

**Príklad 11.** Ak existujú, tak nájdite  $\min M$  a  $\max M$ , kde

a)  $M = (2, 3) \cup (5, 7)$ ,

b)  $M = \{x \in \mathbb{R}; x = \frac{4-n}{1-2n}, n \in \mathbb{N}\}$ .

**Príklad 12.** Vyriešte v  $\mathbb{R}$  nasledujúce rovnice a nerovnice s parametrami (neznáma je  $x$ ).

a)  $ax^2 + (3-a)x + 1 > 0$

b)  $\frac{x}{2p} + \frac{1-x}{6} > \frac{x+1}{8p}$

c)  $\frac{x-p}{p-2} > 1$

d)  $px + x - p - p^2 > 0$

e)  $|x-a| < b$

f)  $|\frac{1}{x} - 5| \geq b$

g)  $|x^2 - a^2| < b$

### Domáca úloha:

úloha 3 z témy Rovnice a nerovnice, úlohy 1 - 3 z témy Vlastnosti množín reálnych čísel v mini-zbierke príkladov k cvičeniam 1 a úlohy v tejto sérii