

## Séria úloh 3

Metrický priestor a funkcia viacerých reálnych premenných: vlastnosti množín, definičný obor

22. 2. 2022

(Tento materiál vznikol za podpory grantu VVGS-2019-1389.)

**Príklad 1.** *Nájdite definičný obor nasledujúcich funkcií (a načrtnite ho). Rozhodnite, či definičný obor je otvorená alebo uzavretá množina a nájdite jeho všetky hromadné body (deriváciu množiny), vnútorné body (vnútro množiny), hraničné body (hranicu množiny) a izolované body (svoje odpovede zdôvodnite!).*

a)  $g(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y-1}$

b)  $f(x, y) = \sqrt{(x^2 + y^2 - 1)(4 - x^2 - y^2)}$

c)  $h(x, y) = \ln \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$

d)  $\varphi(x, y) = \ln(x \sin y)$

e)  $\psi(x, y) = \sqrt{\cos 2\pi x - 1} + \sqrt{\cos 2\pi y - 1}$

f)  $\xi(x, y) = \ln \sqrt{y^2 - 2x + 4}$

**Príklad 2.** *Načrtnite grafy nasledujúcich funkcií.*

a)  $f(x, y) = 2 - x - y$

b)  $g(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

c)  $h(x, y) = y^2$

d)  $\varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

e)  $\psi(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

f)  $\xi(x, y) = e^{-(x^2 + y^2)}$

**Príklad 3.** *Nájdite definičný obor funkcie  $f$ , kde  $f(x, y, z) = \ln(xy \ln(z - xy))$ .*

**Príklad 4.** *Majme funkcie  $f, \varphi, \psi$ , kde  $f(x, y) = xy$ ,  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + x_2 - x_3$ ,  $\psi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + x_3^2$ . Utvorte z nich zložené funkcie.*

**Príklad 5.** *Rozložte na zložky uvedené zložené funkcie a určte ich definičné obory.*

a)  $f(x, y) = \sqrt{x - y} + \sqrt{x + y}$

b)  $g(x, y) = \sqrt[3]{\frac{xy}{x^2 - y^2}}$

**Príklad 6.** *Nájdite predpis funkcie  $f$ , ak  $f(x + y, x - y) = x^2 - 2xy - y^2$ .*

### Domáca úloha:

úlohy 1 - 9 z témy Diferenciálny počet funkcie viac premenných v mini-zbierke príkladov k cvičeniam 2 a úlohy v tejto sérii