

## Séria úloh 10

Diferenciálne rovnice – lineárne diferenciálne rovnice druhého rádu.

14. 4. 2022

(Tento materiál vznikol za podpory grantu VVGS-2019-1389.)

**Príklad 1.** Riešte diferenciálne rovnice.

- |                           |                              |                             |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| a) $y'' - 9y = 0$         | b) $y'' + 3y' - 4y = 0$      | c) $y'' + 5y' = 0$          |
| d) $2y'' - 5y' + 2y = 0$  | e) $2y'' - 6y' + y = 0$      | f) $y'' + 6y' + 9y = 0$     |
| g) $4y'' + 12y' + 9y = 0$ | h) $y'' - 2a^2y' + a^4y = 0$ | i) $y'' + 16y = 0$          |
| j) $y'' - 4y' + 13y = 0$  | k) $y'' + y' + 2y = 0$       | l) $y'' + 2ay' + 4a^2y = 0$ |
| m) $y'' - 3y' + 2y = 0$   | n) $y'' + 2y' + 4y = 0$      | o) $y'' - 6y' + 9y = 0$     |

**Príklad 2.** Riešte diferenciálnu rovnicu  $y'' - 7y' + 10y = f(x)$ , ak

- |                         |                              |                                    |
|-------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| a) $f(x) = 40$          | b) $f(x) = 20x^2 - 28x + 14$ | c) $f(x) = -12 e^{3x}$             |
| d) $f(x) = 6 e^{2x}$    | e) $f(x) = -e^{2x}(6x + 7)$  | f) $f(x) = (9x^2 + 6x - 3) e^{5x}$ |
| g) $f(x) = 116 \sin 2x$ | h) $f(x) = 8 e^{2x} \sin x$  |                                    |

**Príklad 3.** Riešte diferenciálnu rovnicu  $3y'' - 4y' = f(x)$ , ak

- |                                   |                               |                         |
|-----------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = 8$                     | b) $f(x) = -32x^3 + 84x + 50$ | c) $f(x) = 3 e^x$       |
| d) $f(x) = 4 e^{\frac{4}{3}x}$    | e) $f(x) = 25 \sin x$         | f) $f(x) = -25x \cos x$ |
| g) $f(x) = 16 \sin(\frac{4}{3}x)$ |                               |                         |

**Príklad 4.** Riešte diferenciálne rovnice.

- |                                   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|
| a) $y'' - y' + 1 = 0$             | b) $y'' - 2y' + 2y = x^2 + \sin 2x$           | c) $y'' + y' - 6y = x + e^{2x}$                     |
| d) $y'' + 2y' + y = e^{-x} + e^x$ | e) $y'' + 4y = 5 \sin 3x + \cos 3x + \sin 2x$ | f) $y'' - 5y' + 6y = e^{3x}$                        |
| g) $y'' - y = \cos^2 x$           | h) $y'' + 2y' - 3y = \sin^4 x$                | i) $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-2x} - 1}{e^{-x} + 1}$ |

**Príklad 5.** Riešte diferenciálne rovnice.

- |  |                                 |  |
|--|---------------------------------|--|
| a) $y'' - 7y' + 10y = (x + 1) e^{-5x}$ | b) $y'' - 7y' + 10y = 3 e^{2x}$ | c) $3y'' - 4y' = x^2 e^{\frac{4}{3}x}$ |
| d) $y'' - y = 2x$                      | e) $y'' + 4y = \cos 2x$         | f) $y'' + 2y' + y = e^{-x}(2x + 1)$    |
| g) $y'' - y' - 2y = e^x \cos 3x$       |                                 |  |

**Príklad 6.** *Riešte diferenciálne rovnice.*

a)  $y'' - y = \frac{1}{x}$

b)  $y'' - 6y' + 9y = \frac{9x^2 + 6x + 2}{x^3}$

c)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

d)  $y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$

e)  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$

f)  $y'' + y = -\cotg^2 x$

g)  $y'' - y' = \frac{2+x}{x^3}$

h)  $y'' + y = \operatorname{tg} x$

i)  $y''' - y'' = \frac{x+2}{x^3}$

**Príklad 7.** *Nájdite riešenie diferenciálnych rovníc, ktoré splňa dané začiatočné podmienky.*

a)  $4y'' + y = 0 \quad y(\pi) = 2 \quad y'(\pi) = 3$

b)  $y'' - 2y' + y = 1 + x \quad y(0) = 2 \quad y'(0) = -3$

**Domáca úloha:**

úlohy 7 - 9 z témy Diferenciálne rovnice v mini-zbierke príkladov k cvičeniam 2 a úlohy v tejto sérii