

Séria úloh 12

Diferenciálny počet funkcie viacerých premenných – Taylorov polynóm, parciálne derivácie zloženej funkcie druhého rádu, lokálny extrém.

29. 4. 2022

(Tento materiál vznikol za podpory grantu VVGS-2019-1389.)

Príklad 1. Nájdite druhý Taylorov polynóm funkcie f v bode $[1, 2]$, kde $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 3y + 1$.

Príklad 2. Aproximujte funkciu f na okolí bodu $[0, 0]$ polynómom druhého stupňa, ak $f(x, y) = \frac{\cos x}{\cos y}$.

Príklad 3. Dokážte, že funkcia F vyhovuje rovnici

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2},$$

kde $F(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$ a funkcie f, g sú dvakrát diferencovateľné na \mathbb{R} .

Príklad 4. Vypočítajte $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$, ak $z = f(u, v)$, $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$ a funkcia f má spojité všetky parciálne derivácie druhého rádu na celom \mathbb{E}^2 .

Príklad 5. Vypočítajte $\frac{\partial^3 z}{\partial y \partial x^2}$, ak $z = \cos(\sin y + x)$.

Príklad 6. Pomocou vzorcov pre deriváciu zloženej funkcie nájdite $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, ak $z = u \ln v$, $u = x^2 + y^2$ a $v = e^x + e^y$.

Príklad 7. Nájdite lokálne extrémy nasledujúcich funkcií.

a) $f(x, y) = 1 + 6y - y^2 - xy - x^2$

b) $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

Domáca úloha:

úlohy 48 - 64 z témy Diferenciálny počet funkcie viac premenných v mini-zbierke príkladov k cvičeniam 2 a úlohy v tejto sérii

Literatúra

- [1] L. Kluvánek, I. Mišík, M. Švec, Matematika II, SVTL, Bratislava, 1959.
- [2] Mihalíková B., Matematická analýza 3, Funkcionálne postupnosti a rady, učebné texty, PF UPJŠ v Košiciach, 2014.