

Príklad 10. Nájdite taký trojuholník (obdĺžnik) daného obvodu, aby rotačné teleso, ktoré vznikne jeho rotáciou okolo jednej z jeho strán, malo najväčší objem.

Príklad 11. Nájdite najväčšiu hodnotu n -tej odmocniny zo súčinu n kladných čísel, ak ich súčet je daný.

Príklad 12. Medzi dve kladné čísla a a b vložte čísla x_1, x_2, x_3 tak, aby hodnota $\frac{x_1 x_2 x_3}{(a+x_1)(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+b)}$ bola maximálna.

Príklad 13. Vypočítajte vzdialenosť medzi parabolou $y = ax^2 + b$ a priamkou $x - y - 2 = 0$.

Príklad 14. Majme rieku, ktorej brehy sú rovnobežné a vzdialené od seba 16m. Potrebujeme káblom spojiť dva prístupové body ležiace na opačných brehoch, pričom po prúde sú od seba vzdialené 20m. Vieme, že cena za natiiahnutie kábla na súši sa pohybuje od 3 do 4 jednotiek za meter. Cena za natiiahnutie kábla cez vodu je 5 jednotiek za meter. Hľadáme samozrejme najlacnejšiu alternatívu.

Príklad 15. V počítačovej hre majú hráči tieto dva základné atribúty: sila - S a tzv. kritická šanca - C . C udáva percentuálne šancu s akou bude samotný zásah (úder) kritický. Radový zásah má hodnotu škody $S \geq 0$ a kritický zásah $M \cdot S$, $M \geq 1$. Priemerná hodnota škody zásahu je daná súčinom pravdepodobnosti a hodnotou škody kritického zásahu plus súčinom pravdepodobnosti a hodnotou škody radového zásahu. Cieľ je nastaviť hodnoty C a S tak, aby bol priemerný zásah maximálny, pričom ich súčet je vopred daný (napr. 100 bodov).

Príklad 16. A company manufactures two items which are sold in two supermarkets where it has a monopoly. The quantities, q_1 and q_2 , demanded by consumers, and the prices, p_1 and p_2 (in dollars), of each item are related by

$$p_1 = 600 - 0.3q_1 \quad \text{and} \quad p_2 = 500 - 0.2q_2.$$

Thus, if the price for either item increases, the demand for it decreases. The company's total production cost is given by

$$C = 16 + 1.2q_1 + 1.5q_2 + 0.2q_1q_2.$$

To maximize its total profit, how much of each product should be produced? What is the maximum profit?

Príklad 17. Find a least squares line for the following data points: $(1, 1)$, $(2, 1)$, and $(3, 3)$.

Príklad 18. Súčet troch kladných čísel je 21. Určte jednotlivé sčítance tak, aby ich súčin bol maximálny.

Príklad 19. Určte rozmery bazénu tvaru kvádra tak, aby pri danom objeme $V > 0$ bol súčet obsahov jeho dna a stien bol minimálny.

Príklad 20. Určte strany trojuholníka s obvodom 120 m tak, aby mal čo najväčší obsah.

Návod: Použite Heronov vzorec $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, kde $s = \frac{a+b+c}{2}$

Príklad 21. Medzi všetkými trojuholníkmi vpísanými do kruhu s polomerom r nájdite ten, ktorého obsah je najväčší.

Návod: Za neznáme voľte stredové uhly odpovedajúce stranám trojuholníka.

Príklad 22. The energy, E , required to compress a gas from a fixed initial pressure P_0 to a fixed final pressure P_F through an intermediate pressure p is

$$E = \left(\frac{p}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{P_F}{p}\right)^2 - 1$$

How should p be chosen to minimize the energy?

Now suppose the compression takes place in two stages with two intermediate pressures, p_1 and p_2 . What choices of p_1 and p_2 minimize the energy if

$$E = \left(\frac{p_1}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 + \left(\frac{P_F}{p_2}\right)^2 - 2.$$

Príklad 23. A missile has a guidance device which is sensitive to both temperature, t °C, and humidity, h . The range in km over which the missile can be controlled is given by

$$\text{Range} = 27,800 - 5t^2 - 6ht - 3h^2 + 400t + 300h.$$

What are the optimal atmospheric conditions for controlling the missile?

Príklad 24. A delivery of 480 cubic meters of gravel is to be made to a landfill. The trucker plans to purchase an open-top box in which to transport the gravel in numerous trips. The total cost to the trucker is the cost of the box plus \$80 per trip. The box must have height 2 meters, but the trucker can choose the length and width. The cost of the box is \$100/m² for the ends, \$50/m² for the sides and \$200/m² for the bottom. Notice the tradeoff: A smaller box is cheaper to buy but requires more trips. What size box should the trucker buy to minimize the total cost?

Príklad 25. An international airline has a regulation that each passenger can carry a suitcase having the sum of its width, length and height less than or equal to 135 cm. Find the dimensions of the suitcase of maximum volume that a passenger may carry under this regulation.

Príklad 26. Design a rectangular milk carton box of width w , length l , and height h which holds 512 cm³ of milk. The sides of the box cost 1 cent/cm² and the top and bottom cost 2 cent/cm². Find the dimensions of the box that minimize the total cost of materials used.

Príklad 27. *What is the shortest distance from the surface $xy + 3x + z^2 = 9$ to the origin?*

Príklad 28. *Two products are manufactured in quantities q_1 and q_2 and sold at prices of p_1 and p_2 , respectively. The cost of producing them is given by $C = 2q_1^2 + 2q_2^2 + 10$.*

- a) *Find the maximum profit that can be made, assuming the prices are fixed.*
- b) *Find the rate of change of that maximum profit as p_1 increases.*

Príklad 29. *The quantity of a product demanded by consumers is a function of its price. The quantity of one product demanded may also depend on the price of other products. For example, the demand for tea is affected by the price of coffee; the demand for cars is affected by the price of gas. The quantities demanded, q_1 and q_2 , of two products depend on their prices, p_1 and p_2 , as follows: $q_1 = 150 - 2p_1 - p_2$, $q_2 = 200 - p_1 - 3p_2$.*

- a) *What does the fact that the coefficients of p_1 and p_2 are negative tell you? Give an example of two products that might be related this way.*
- b) *If one manufacturer sells both products, how should the prices be set to generate the maximum possible revenue? What is that maximum possible revenue?*

Domáca úloha:

úlohy 65 - 67 z témy Diferenciálny počet funkcie viac premenných v mini-zbierke príkladov k cvičeniam 2 a úlohy v tejto sérii