

Horný, dolný súčet a integrál

Test začnete kliknutím na "Začiatok testu". Ako napísať matematický výraz Vám napovie žltá bublina, keď k nej priložíte myš. Pri otázkach s výberom odpovedí je možných viac správnych odpovedí.

1. Nech D je ekvidištancné delenie intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ na 5 čiastočných intervalov a funkcia $g(x) = kx$, $k < 0$. Čomu je rovný horný súčet $S(g, D)$ funkcie g pre delenie D ?

- (a) $0.6k$,
- (c) $0.5k^2$,

- (b) $0.4k$,
- (d) 0.5 .

2. Nech D je ekvidištancné delenie intervalu $\langle -1, 2 \rangle$ s normou $\nu(D) = 0.5$. Ak $f(x) = 1 - x^2$, čomu je rovný dolný súčet $s(f, D)$?

- (a) $-11/4$,
- (c) ani jedna z možností,

- (b) $1/4$,
- (d) $-11/8$.

3. Je daná funkcia $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{pre } 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{pre } x = \frac{1}{2}, \\ 1, & \text{pre } x = 1. \end{cases}$

Vypočítajte $s(f, D) =$, $S(f, D) =$ funkcie f a delenie $D = \{0, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, 1\}$ intervalu $\langle 0, 1 \rangle$.

4. Nech $f(x) = 4 - x$ a D_n je ekvidištačné delenie intervalu $\langle 0, 2 \rangle$ na n čiastočných intervalov.

(a) Aký je plošný obsah P útvaru ohraničeného priamkami $x = 0$, $x = 2$, osou x a grafom funkcie f ?

$$P =$$

(b) Určte horný súčet funkcie f pre delenie D_n (výsledok napíšte v tvare "polynóm + rýdzoracionálna funkcia").

$$S(f, D_n) =$$

(c) Aké má byť n aby sa $S(f, D_n)$ líšil od plošného obsahu P o 0.1?

$$n =$$

5. Je daná funkcia $f(x) = e^{-x}$ a delenie $D = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$, $n > 0$ intervalu $\langle 0, 10 \rangle$. Ktorý z výrazov je najväčší?

(a) $\sum_{j=1}^n f(x_{j-1})(x_j - x_{j-1})$,

(b) $\sum_{j=1}^n f(x_j)(x_j - x_{j-1})$,

(c) $\sum_{j=1}^n f\left(\frac{x_j + x_{j-1}}{2}\right)(x_j - x_{j-1})$,

(d) $\int_0^{10} f(x) dx$.

6. Odhadnite $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$ s chybou ± 0.05 pomocou horného a dolného súčtu. (Použite ekvidištačné delenie)

$$S(f, D) - s(f, D) = \quad ; \quad n = \quad ; \quad S(f, D) \approx \quad ;$$

Získané body:

Úspešnosť: