

Séria úloh č. 11

1. Nájdite obory konvergencie nasledujúcich postupností funkcií:

a) $f_n = \frac{\sin nx}{n};$

b) $f_n = \frac{n^2x - 5n}{2n^2 + nx};$

c) $f_n = \frac{x^{n+2}}{2} + \frac{x^{n+3}}{3};$

d) $f_n = \frac{nx + x^2}{n^2};$

e) $f_n = \frac{\sin(nx + 3)}{\sqrt{n+1}};$

f) $f_n = \frac{n}{1 + 4n^2} \cdot \left(\frac{2x - 3}{5}\right)^n;$

g) $f_n = \frac{1 + x^{2n+1}}{1 + x^{2n}};$

h) $f_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{x^n} \cdot x;$

i) $f_n = n^4 x^4 \sin \frac{x}{n^2 + n}.$

2. Nájdite obory konvergencie nasledujúcich radov funkcií:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n;$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n};$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{1+n} \cdot x^{n+1};$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x;$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2};$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}};$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n};$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{e^{nx}};$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n};$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + \sqrt{n}};$

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n x}{n^2};$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n;$

m) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n};$

n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt[3]{n}};$

o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(x^2+1)(x^2+2)\dots(x^2+n)}.$

3. Ak rad $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-3)^n$ konverguje v $x_1 = 7$ a diverguje v $x_2 = 12$, čo viete povedať o

a) jeho konvergencii v bode $x_3 = 13$?

b) jeho konvergencii v bode $x_4 = 11$?

c) jeho konvergencii v bode $x_5 = 9$?

d) jeho konvergencii v bode $x_6 = 0$?