Príkl. 1.	Príkl. 2.	Príkl. 3.	Príkl. 4.	Príkl. 5.	**Spolu bodov**

Písomné overenie vedomostí z MAN3c zo dňa 09.11.2012 [1] **MENO:** ....

Príklad 1.

Nech $\gamma : [a,b] \to \mathbb{R}^2$ *je* C^1 *parametrizovaná krivka* $(x(t), y(t))$, *potom jej krivosť v bode* t_0 *je*

$\kappa(t_0) =$.

Nech $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ je krivka daná parametricky:

$$x(t) = 2t - 4t^3,$$
$$y(t) = t^2 - 3t^4.$$

Určte, pre aké hodnoty je krivka regulárna. Je toto zobrazenie Lipschitzovsky spojité na $[-1,1]$, $\mathbb{R}$? Je krivka γ prostá a uzavretá? Zistite jej krivosť (v bodoch, v ktorých to má zmysel).

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 5 bodov

Príklad 2.

Riešte diferenciálnu rovnicu

$$xy^3\,\mathrm{d}x - y(x^2y - x)\,\mathrm{d}y = 0$$

s podmienkami $x = 1,\ y = 1$, pre funkciu $y = y(x)$. Nájdite 2. deriváciu v bode 1.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 4 body

Príklad 3.

Definujte bijektívnu korešpondenciu pri prechode z kartézskych do polárnych súraníc. Prepíšte rovnicu

$$y^2\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\,\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + x^2\,\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - x\,\frac{\partial z}{\partial x} - y\,\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

do polárnych súradníc. Potom nájdite aspoň jednu funkciu, ktorá ju rieši.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 4 body

Príklad 4.

Dokážte, že dotyková rovina v ľubovoľnom bode plochy $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$ vytína na súradnicových osiach úseky, ktorých súčet je konštantný.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 4 body

Príklad 5.

Nájdite funkciu $g \in C^1$ tak, aby vektorové pole $\mathbb{F} = (2x,\ 2y + g(z),\ \ 3y\sin^2 z)$ bolo nevírivé.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 3 body

[1] Svoje tvrdenia je nutné zdôvodniť!