

Príkl. 1.	Príkl. 2.	Príkl. 3.	Príkl. 4.	Spolu bodov

Písomné overenie vedomostí z MAN3c zo dňa 9.11.2021 ¹ MENO:

Príklad 1. [6 bodov]

Zavedením nových premenných $u = x$, $v = \frac{y}{x}$, $w(u, v) = z(x, y)$ nájdite riešenie rovnice

$$x z_x + y z_y = z,$$

s podmienkou $z(x, x) = x$.

Príklad 2. [5 bodov]

Majme krivku danú implicitne rovnicou $4(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2 + 2x)^2$. Ukážte, že je ohraničená, nájdite jej singulárne body a nakreslite ju.

Príklad 3. [5 bodov]

Nájdite integračný faktor a riešenie Cauchyho úlohy

$$\begin{cases} (x^2 - \sin^2(y)) dx + x \sin(2y) dy = 0, \\ y(1) = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

Príklad 4. [4 body]

Nech h je harmonická funkcia na $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$, kde Ω je otvorená. Nájdite všetky funkcie f, g tak, aby

(i) $f(h)$ bola tiež harmonická na Ω ;

(ii) $\operatorname{div} \left(g(|\vec{r}|) \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \right) = 0$, $\vec{r} = (x, y)$ na $\Omega \setminus \{(0, 0)\}$.

Taktiež zistite, či sú vektory \vec{F} a $\operatorname{rot} \vec{F}$ na seba kolmé, ak platí $u\vec{F} = \nabla v$, $u \neq 0$.

¹Svoje tvrdenia je nutné zdôvodniť!