

Príkl. 1.	Príkl. 2.	Príkl. 3.	Príkl. 4.	Príkl. 5.	Spolu bodov

Písomné overenie vedomostí z MAN3d zo dňa 1.04.2016<sup>1</sup> MENO: .....

### Príklad 1.

Zistite (a zdôvodnite), či sú nasledujúce tvrdenia pravdivé:

- $x^3 + x^2 - 1$  má jediný koreň v intervale  $(0, 1)$ ;
- Nech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je kontrakcia, potom  $F(x) := x + f(x)$  je bijekcia.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 2 body

### Príklad 2.

Pomocou nájdenia prvé integrálu (prvých integrálov) vyriešte sústavu diferenciálnych rovníc s danými podmienkami.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{y}, & x(0) &= 2, \\ \dot{y} &= \frac{1}{x-1}, & y(0) &= 1. \end{aligned}$$

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 5 bodov

### Príklad 3.

Nájdite všeobecné riešenie systému DR:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x - y - 5e^t \sin t, \\ \dot{y} &= 2y - x \end{aligned}$$

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 5 bodov

### Príklad 4.

Ukážte, že pre vhodné  $\theta, \eta \in \mathbb{R}$  je systém

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \sin x_2 + 2x_3x_4 - (\eta + 1)x_1, \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + 1}} + 2x_2, \\ \dot{x}_3 &= x_4^2 + 2\theta x_3x_2, \\ \dot{x}_4 &= 1 - 2\eta x_2x_4, \end{aligned}$$

Hamiltonov a nájdite Hamiltonián.

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 5 bodov

### Príklad 5.

Nakreslite diagram asymptotickej stability systému, kde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + by, \\ \dot{y} &= x + bz, \\ \dot{z} &= -y + az, \end{aligned}$$

Za správne vyriešenie tejto úlohy získate 3 body

<sup>1</sup>Svoje tvrdenia je nutné zdôvodniť!