

Príkl. 1.	Príkl. 2.	Príkl. 3.	Príkl. 4.	Príkl. 5.	Spolu bodov

Písomné overenie vedomostí z MAN3d zo dňa 19.05.2016¹ MENO:

Príklad 1. [4 b]

Pomocou Ljapunovovej funkcie vyšetrite stabilitu triviálneho riešenia.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x^7 + 2y^3, \\ \dot{y} &= -x - y^3 + y^7.\end{aligned}$$

Príklad 2. [4 b]

Klasifikujte ekvilibriá, nakreslite izoklíny a fázový portrét systému

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + x^2 - 2yx, \\ \dot{y} &= xy - y.\end{aligned}$$

Príklad 3. [4 b]

Nájdite extrémálu funkcionálu

$$\Phi(y) = \int_0^{\pi/4} \left(y - \frac{(y')^2}{2} \right) \cos x \, dx$$

na $M := \{y \in C^1([0, \pi/4]) : y(\pi/4) = \ln \frac{\sqrt{2}}{2}, y(0) = 0\}$. Je tento bod minimizér?

Príklad 4. [4 b]

Nájdite vzdialenosť prvku $\mathbf{z} = \frac{1}{\sqrt{t}}$ od množiny kvadratických funkcií \mathcal{A} v LNP priestore $X = \mathcal{L}_w^2(0, 1)$, $w(t) = t$ (teda aproximujte funkciu $\frac{1}{\sqrt{t}}$ polynómom druhého stupňa v $\|\cdot\|_{\mathcal{L}_w^2}$ norme).

Príklad 5. [4 b]

Zistite, či operátor

$$S_1 : \mathcal{L}^2(0, 1) \rightarrow \mathcal{L}^2(0, 1), \quad S_1(g)(y) = g(y) + \int_0^1 g(x) \, dx,$$

je spojitý a kedy je operátor $S_a(g)(y) = g(y) + a \int_0^1 g(x) \, dx$, $a \in \mathbb{R}$ pozitívny, samoadjungovaný a projekcia?

¹Svoje tvrdenia je nutné zdôvodniť!