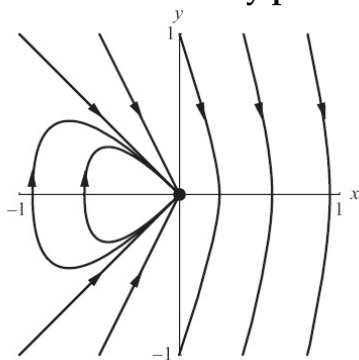
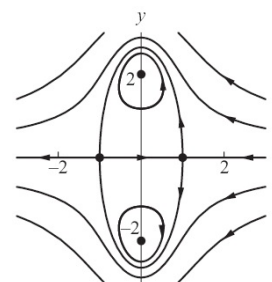
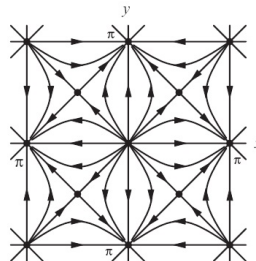
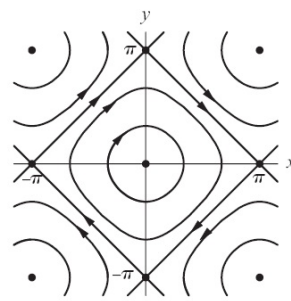
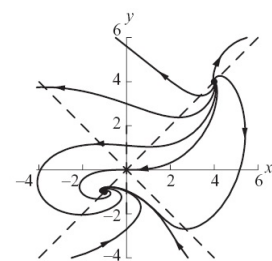
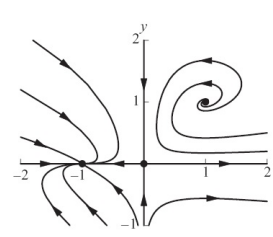
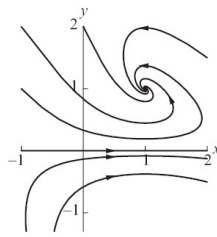
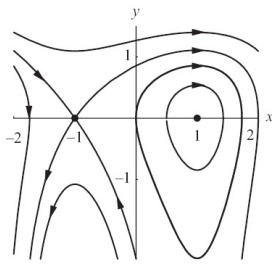
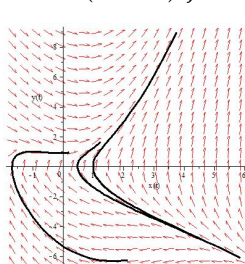


A. Nakreslite fázový portrét rovnice $\ddot{x} + 3|\dot{x}| + 2x = 0$.



B1. Nakreslite fázové portréty systémov.

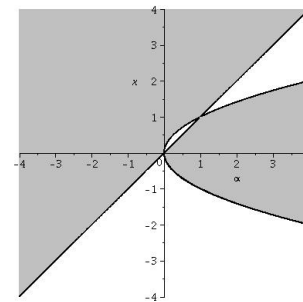
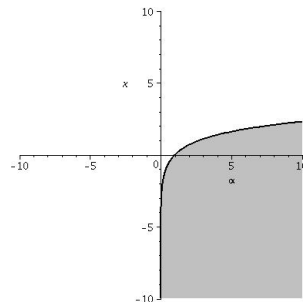
1. systém nemá SB (a teda ani per. traj.)
2. $(1,0)$ je centrum, $(-1,0)$ je sedlo
3. $(1,1)$ je stab. špir.
4. $(0,0)$ je sedlo, $(1,1)$ je nest. špir., $(-1,0)$ je stab. uzol
5. $-(1,1)$ je stab. špir., $(4,4)$ je nest. špir.
6. "centrá a sedlá sa period. striedajú"
7. "dik. uzly a sedlá sa period. striedajú"
8. $(0, \pm 2)$ sú centrá, $(\pm 1, 0)$ sú sedlá



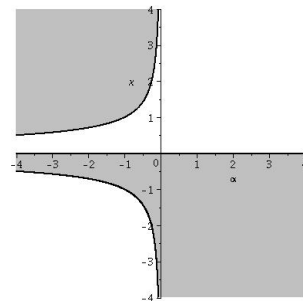
B2. Nakreslite fázové portréty a určte región stability (v súradniciach (α, x)) systémov, ak $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. $\lambda_{\pm} = \alpha \pm \sqrt{\alpha - 1}$, $(0,0)$ je st. (nest.) špir., ak $\alpha < 0$ ($\alpha \in (0,1)$) a nest. uzol, ak $\alpha > 1$
2. pre $\alpha = 0$ systém nemá SB, pre $\alpha > 0$ je to centrum $(\ln \alpha, 0)$
3. pre $\alpha \leq 0$ je SB $(\alpha, 0)$ sedlo, pre $\alpha \in (0,1)$ je SB $(\alpha, 0)$ centrum a SB $(\pm\sqrt{\alpha}, 0)$ sú sedlá, pre $\alpha > 1$ je SB $(\sqrt{\alpha}, 0)$ centrum a SB $(-\sqrt{\alpha}, 0)$, $(\alpha, 0)$ sú sedlá, pre $\alpha = 1$???
4. pre $\alpha > \frac{1}{4}$ systém nemá SB, pre $\alpha < \frac{1}{4}$ sú SB $(\frac{-1 \pm \sqrt{1-4\alpha}}{2}, \frac{2\alpha - 1 \pm \sqrt{1-4\alpha}}{2})$ sedlo, resp. st. uzol, pre $\alpha = \frac{1}{4}$ je SB $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ sedlo-uzol
5. pre $\alpha \geq 0$ je SB $(0,0)$ centrum, pre $\alpha < 0$ je SB $(0,0)$ centrum a SB $(\pm\sqrt{\alpha}, 0)$ sedlá
6. pre $\alpha \geq 0$, je SB $(0,0)$ je nest. ohnisko a $r = \sqrt{\alpha}$ je uzav. cyklus, pre $\alpha < 0$, $(0,0)$ je st. ohnisko

Systém nie je konzervatívny



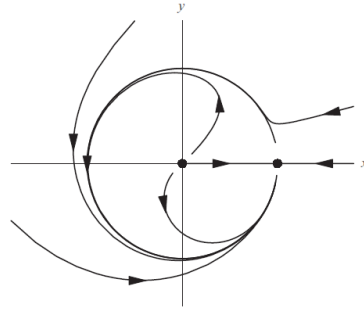
Systém nie je konzervatívny



Systém nie je konzervatívny

C2.

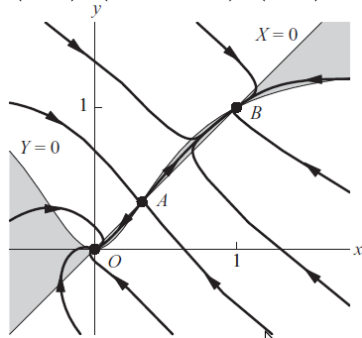
SB sú $(0,0)$ a $(1,0)$. Každá trajektória, ktorá nezačína v počiatku končí v bode $(1,0)$.



Oba SB sú nestabilné.

D.

SB sú $(0,0)$, $(1/3, 1/3)$, $(1,1)$. Prvý je degen. stab. uzol, druhý je sedlo a tretí je stab.



uzol.

E.

13) $[0,0]$ je stab. uzol

14) $[0,0]$ je sedlo

15) $[0,0]$ je sedlo

16) $[0,0]$ je stab. uzol

17) $a \in (-2, -1)$

18) $a < -1$

19) $b < -1$ & $4a \leq -(b-1)^2$, alebo $b \geq a$ & $4a < -(b-1)^2$

20) $ab < -4$

21) $V = 3x^2 + y^2$ - nestab.

22) $V = y^2 + \cos(x+y)^2$ - AS

23) $V = x^2 + y^4$ - AS

F. Ukážte, že systémy nemajú periodické riešenia.

1. $\operatorname{div}(f, g) = 3(x^2 + y^2) + 1 > 0$ na \mathbb{R}^2
2. $\operatorname{div}(f, g) = 2(1 - x)$ na $\mathbb{R}^2 \Rightarrow$ iba na $\mathcal{O}(1, 1)^*$ môže \exists per. traj., ale je to sedlo, spor
3. $\operatorname{div}(f, g) = 3(1 - x)^2 + 4y^2 + 1 > 0$ na \mathbb{R}^2
4. $\operatorname{div}(f, g) = x^2 + 1 > 0$ na \mathbb{R}^2
5. $\operatorname{div}(f, g) = 3x^2 + 1 + y^2 > 0$ na \mathbb{R}^2
6. SB je $(0, 0)$, $\operatorname{div}(f, g) = 2(x + y)$ na $\mathbb{R}^2 \Rightarrow$ iba na $\mathcal{O}(0, 0)^*$ môže \exists per. traj., ale tam je $dxy > 0$, spor