

A2. Zistite, či daný priestor je unitárny.

1. áno
2. nie
3. áno
4. áno
5. áno, ak $b = d$, $a > 0$, $ac - b^2 > 0$
6. áno
7. nie
8. áno
9. áno
10. nie
11. áno
12. áno

C. $\operatorname{sgn} x$, lebo konverguje bodovo a navyše aj v \mathcal{L}^1 norme:

$$\int_{-1}^1 |u_n(x) - \operatorname{sgn} x| dx = 2 \int_0^1 (1 - x^{\frac{1}{2n-1}}) dx = \frac{1}{n} \rightarrow 0$$

D. Nájďte projekciu prvku x na množinu G a vzdialenosť medzi nimi.

1. $P_G(\mathbf{x}) = \frac{1}{3}(2, -1, -1), d = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2. $P_G(\mathbf{x}) = (1, -1, -1, 5), d = \sqrt{14}$

3. $P_G(\mathbf{x}) = (5, -5, -2, -1), d = \sqrt{15}$

4. $P_G(\mathbf{x}) = (2, 0, 0, 0), d = \sqrt{7}$

5. $P_G(\mathbf{x}) = t^2 - t + \frac{1}{6}, d = \frac{1}{6\sqrt{5}}$

6. $P_G(\mathbf{x}) = \pi - 2 \sin t, d = \sqrt{-4\pi + (2/3)\pi^3}$

7. $P_G(\mathbf{x}) = f - \langle r_1, f \rangle r_1 - \langle r_2, f \rangle r_2, d = \| \langle r_1, f \rangle r_1 + \langle r_2, f \rangle r_2 \|_2$, kde r_1, r_2 sú prvé Rademacherove funkcie

E. Nájďte uhol medzi prvkom x a množinou G .

1. $\alpha = \frac{\pi}{4}$

2. $\alpha = \arccos \sqrt{\frac{m}{n}}$

3. $\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{n}}$

4. $\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}$

F. Nájďte ortogonálny doplnok k podpriestoru $U \subset H$ (ukážte, že je to tak).

1. $U^\perp = \{(a, a, 0, -a), a \in \mathbb{R}\}$

2. $U^\perp = \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in l^2 : x_{2n-1} = 0 \forall n \in \mathbb{N}\}$

3. $U^\perp = \{f \in C([-1, 1]) : f(-x) = -f(x) \forall x \in [-1, 1]\}$

4. $U^\perp = \langle \{t^3 - \frac{3}{5}t, t^4 - \frac{6}{7}t^2 + \frac{3}{35}\} \rangle$

5. $U^\perp = \{0\}$

6. $U^\perp = \{0\}$

7. U^\perp je množina matíc s nulami na diagonále

8. U^\perp je množina antisymetrických matíc

G. Napr. $M = \{(x, 1/x) : x > 0\}, N = \{(x, 0) : x \geq 0\}$